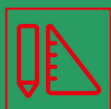
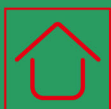




教育图书



功能学具



学生之家

基础教育行业专研品牌

经浙江省中小学教辅材料
评议委员会评议通过

全品智能作业

学·练·考

主编 肖德好

练习册

本册主编 徐国平

高中数学

选择性必修第一册 RJA 浙江省

长江出版传媒
崇文书局

CONTENTS



第一章 空间向量与立体几何

1.1 空间向量及其运算 001

1.1.1 空间向量及其线性运算 001

第1课时 空间向量及线性运算 001

第2课时 共线向量与共面向量 003

1.1.2 空间向量的数量积运算 005

1.2 空间向量基本定理 007

滚动习题(一)[范围 1.1~1.2] 009

1.3 空间向量及其运算的坐标表示 011

1.3.1 空间直角坐标系 011

1.3.2 空间向量运算的坐标表示 013

1.4 空间向量的应用 015

1.4.1 用空间向量研究直线、平面的位置

关系 015

第1课时 空间中点、直线和平面的向量

表示 015

第2课时 空间中直线、平面的平行 017

第3课时 空间中直线、平面的垂直 019

1.4.2 用空间向量研究距离、夹角

问题 021

第1课时 用空间向量研究距离问题 021

第2课时 用空间向量研究夹角问题 023

滚动习题(二)[范围 1.3~1.4] 025

第二章 直线和圆的方程

2.1 直线的倾斜角与斜率 028

2.1.1 倾斜角与斜率 028

2.1.2 两条直线平行和垂直的判定 030

2.2 直线的方程 032

2.2.1 直线的点斜式方程 032

2.2.2 直线的两点式方程 034

2.2.3 直线的一般式方程 036

2.3 直线的交点坐标与距离公式 038

2.3.1 两条直线的交点坐标 038

2.3.2 两点间的距离公式 040

2.3.3 点到直线的距离公式 042

2.3.4 两条平行直线间的距离 042

滚动习题(三)[范围 2.1~2.3] 044

2.4 圆的方程 046

2.4.1 圆的标准方程 046

2.4.2 圆的一般方程·····	048
2.5 直线与圆、圆与圆的位置关系·····	050
2.5.1 直线与圆的位置关系·····	050
第1课时 直线与圆的位置关系(一)·····	050
第2课时 直线与圆的位置关系(二)·····	052
2.5.2 圆与圆的位置关系·····	054
📌 滚动习题(四)[范围 2.4~2.5]·····	056
专题练(一) 与圆有关的最值问题·····	058

第三章 圆锥曲线的方程

3.1 椭圆·····	059
3.1.1 椭圆及其标准方程·····	059
第1课时 椭圆及其标准方程·····	059
第2课时 与椭圆有关的轨迹问题·····	061
3.1.2 椭圆的简单几何性质·····	063
第1课时 椭圆的简单几何性质(一)·····	063
第2课时 椭圆的简单几何性质(二)·····	065

第3课时 直线与椭圆的位置关系·····	067
📌 滚动习题(五)[范围 3.1]·····	069
3.2 双曲线·····	071
3.2.1 双曲线及其标准方程·····	071
3.2.2 双曲线的简单几何性质·····	073
第1课时 双曲线的简单几何性质·····	073
第2课时 直线与双曲线的位置关系及 应用·····	075
专题练(二) 圆锥曲线的离心率·····	077
3.3 抛物线·····	078
3.3.1 抛物线及其标准方程·····	078
3.3.2 抛物线的简单几何性质·····	080
第1课时 抛物线的简单几何性质·····	080
第2课时 直线与抛物线的位置关系·····	082
📌 滚动习题(六)[范围 3.2~3.3]·····	084

参考答案 / 087

素养测评卷

单元素养测评卷(一)[第一章]·····	卷01	单元素养测评卷(三)B[第三章]·····	卷07
单元素养测评卷(二)[第二章]·····	卷03	模块素养测评卷[全书内容]·····	卷09
单元素养测评卷(三)A[第三章]·····	卷05	参考答案·····	卷11

第一章 空间向量与立体几何

1.1 空间向量及其运算

1.1.1 空间向量及其线性运算

第1课时 空间向量及线性运算

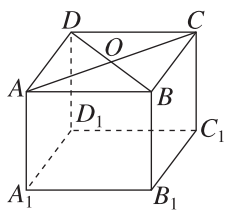
基础夯实

1. [2026·重庆渝东九校期中] 关于空间向量, 下列结论中正确的是 ()

- A. 共线的单位向量都相等
B. 不相等的两个空间向量的模必不相等
C. 相反向量指方向相反的两个向量
D. 任意两个空间向量一定共面

2. 如图, 在四棱柱的上底面 $ABCD$ 中, $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$, AC 与 BD 相交于点 O , 则下列向量相等的是 ()

- A. $\overrightarrow{AD}$ 与 $\overrightarrow{CB}$
B. $\overrightarrow{OA}$ 与 $\overrightarrow{OC}$
C. $\overrightarrow{AC}$ 与 $\overrightarrow{DB}$
D. $\overrightarrow{DO}$ 与 $\overrightarrow{OB}$



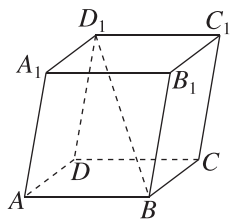
3. 在三棱锥 $O-ABC$ 中, $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} =$ ()

- A. $\overrightarrow{OA}$ B. $\overrightarrow{AB}$
C. $\overrightarrow{OC}$ D. $\overrightarrow{AC}$

4. 在空间四边形 $ABCD$ 中, E, F 分别为 BC, CD 的中点, 则 $\overrightarrow{AF} - \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) =$ ()

- A. $-\overrightarrow{EF}$ B. $\overrightarrow{BD}$
C. $\overrightarrow{EF}$ D. $-\overrightarrow{BD}$

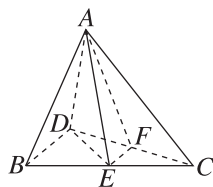
5. [2026·浙江舟山五校联盟调研] 如图, 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 若 $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}$, $\overrightarrow{AD} = \mathbf{b}$, $\overrightarrow{AA_1} = \mathbf{c}$, 则 $\overrightarrow{D_1B} =$ ()



- A. $\mathbf{a} + \mathbf{b} - \mathbf{c}$ B. $\mathbf{a} - \mathbf{b} + \mathbf{c}$
C. $\mathbf{a} - \mathbf{b} - \mathbf{c}$ D. $\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c}$

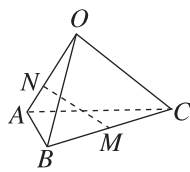
6. (多选题)[2026·广东惠州光正实验学校高二月考] 如图, 在四面体 $ABCD$ 中, 点 E, F 分别为 BC, CD 的中点, 则 ()

- A. $\overrightarrow{EF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$
B. $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AC}$
C. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB}$
D. $\overrightarrow{AD} - \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \overrightarrow{ED}$



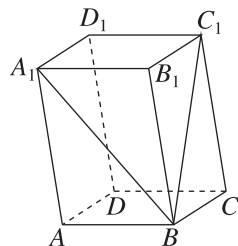
7. 已知空间向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$, 化简 $\frac{1}{2}(\mathbf{a} + 2\mathbf{b} - 3\mathbf{c}) + 5(\frac{2}{3}\mathbf{a} - \frac{1}{2}\mathbf{b} + \frac{2}{3}\mathbf{c}) - 3(\mathbf{a} - 2\mathbf{b} + \mathbf{c}) =$ _____.

8. [2026·江苏无锡锡山高级中学] 如图, 在三棱锥 $O-ABC$ 中, $\overrightarrow{OA} = \mathbf{a}$, $\overrightarrow{OB} = \mathbf{b}$, $\overrightarrow{OC} = \mathbf{c}$, 点 M 为 BC 的中点, 点 N 满足 $\overrightarrow{ON} = 2\overrightarrow{NA}$, 则 $\overrightarrow{MN} =$ _____.(用 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 表示)



9. (13分) 如图所示, 已知几何体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 为平行六面体, 以此平行六面体的八个顶点中的两个为起点或终点的向量中:

- (1) 写出与 $\overrightarrow{BB_1}$ 相等的向量;
(2) 写出与 $\overrightarrow{BC_1}$ 相反的向量;
(3) 写出与 $\overrightarrow{BA_1}$ 平行的向量.

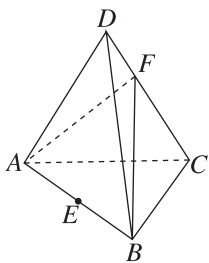


10. (13分)如图,在四面体 $D-ABC$ 中, E 是棱 AB 的中点,点 F 在棱 CD 上,且 $CF = 2FD$. 化简下列各式,并在图中标出化简得到的向量.

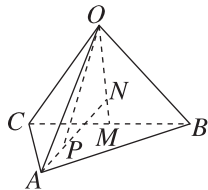
(1) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BD}$;

(2) $\overrightarrow{AF} - \overrightarrow{BF} - \overrightarrow{AC}$;

(3) $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \frac{2}{3}\overrightarrow{CD}$.



12. [2026·天津河东区期中] 如图, M 是四面体 $OABC$ 的棱 BC 的中点,点 N 在线段 OM 上,点 P 在线段 AN 上,且 $MN = \frac{1}{3}ON$, $AP = \frac{1}{3}AN$, 则 $\overrightarrow{OP} =$ ()



A. $\frac{1}{3}\overrightarrow{OA} + \frac{2}{9}\overrightarrow{OB} + \frac{2}{9}\overrightarrow{OC}$

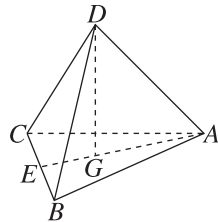
B. $\frac{1}{4}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{4}\overrightarrow{OB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{OC}$

C. $\frac{1}{6}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OC}$

D. $\frac{2}{3}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{8}\overrightarrow{OB} + \frac{1}{8}\overrightarrow{OC}$

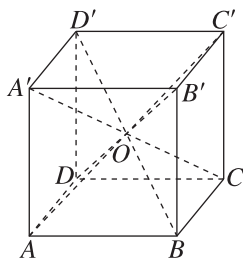
13. 在三棱锥 $A-BCD$ 中,若 $\triangle BCD$ 是正三角形,且 E 为其中心,则 $\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} - \frac{3}{2}\overrightarrow{DE} - \overrightarrow{AD}$ 的化简结果为_____.

14. [2026·上海南汇中学期中] 如图,在四面体 $DABC$ 中,点 E 为 BC 的中点,点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心,设 $\overrightarrow{DA} = \mathbf{a}$, $\overrightarrow{DB} = \mathbf{b}$, $\overrightarrow{DC} = \mathbf{c}$, 则 $\overrightarrow{DG} =$ _____.(用 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 表示)



素养提能

11. 如图,已知正方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 的中心为 O , 则下列结论错误的是 ()



A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OD}$ 与 $\overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'}$ 是一对相反向量

B. $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC}$ 与 $\overrightarrow{OA'} - \overrightarrow{OD'}$ 是一对相反向量

C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}$ 与 $\overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'} + \overrightarrow{OD'}$ 是一对相反向量

D. $\overrightarrow{OA'} - \overrightarrow{OA}$ 与 $\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OC'}$ 是一对相反向量

思维探究

15. (多选题)[2026·广东江门高二期中] 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $\triangle A_1BD$ 的重心为点 G , 则下列说法正确的是 ()

A. $\overrightarrow{AG} \parallel \overrightarrow{AC_1}$

B. 若 M 为 BC 的中点, 则 $\overrightarrow{A_1B} = \overrightarrow{AC_1} + 2\overrightarrow{AM}$

C. $\overrightarrow{A_1G} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{A_1B} + \overrightarrow{A_1D})$

D. $\overrightarrow{A_1C} + \overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AC}$

第2课时 共线向量与共面向量

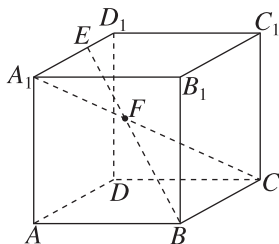
基础夯实

- 已知空间向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ 不共线, 向量 $\overrightarrow{AB} = \boldsymbol{a} + 3\boldsymbol{b}, \overrightarrow{BC} = 5\boldsymbol{a} + 3\boldsymbol{b}, \overrightarrow{CD} = -3\boldsymbol{a} + 3\boldsymbol{b}$, 则 ()
 A. A, B, C 三点共线
 B. A, B, D 三点共线
 C. A, C, D 三点共线
 D. B, C, D 三点共线
- 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 下列各组向量与 $\overrightarrow{AC}$ 共面的是 ()
 A. $\overrightarrow{B_1D_1}, \overrightarrow{B_1B}$ B. $\overrightarrow{C_1C}, \overrightarrow{A_1D}$
 C. $\overrightarrow{BA_1}, \overrightarrow{AD_1}$ D. $\overrightarrow{A_1D_1}, \overrightarrow{A_1A}$
- 已知空间中不重合的三点 A, B, C , 则下列选项可使 A, B, C 三点共线的是 ()
 A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$
 B. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$
 C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$
 D. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$
- 已知三个非零空间向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$, 则“ $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$ 共面”是“ $\boldsymbol{c} = \lambda\boldsymbol{a} + \mu\boldsymbol{b} (\lambda, \mu \in \mathbf{R})$ ”的 ()
 A. 充分不必要条件
 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件
 D. 既不充分也不必要条件
- 对于空间一点 O 和不共线的三点 A, B, C , 有 $2\overrightarrow{OP} = -\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + 2\overrightarrow{OC}$, 则下列结论一定正确的是 ()
 A. O, A, B, C 四点共面
 B. P, A, B, C 四点共面
 C. O, P, B, C 四点共面
 D. O, P, A, B, C 五点共面
- [2026·天津武清区期中] 设向量 $\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3$ 不共面, 已知 $\overrightarrow{AB} = \boldsymbol{e}_1 + \boldsymbol{e}_2 + \boldsymbol{e}_3, \overrightarrow{BC} = \boldsymbol{e}_1 + \lambda\boldsymbol{e}_2 + \boldsymbol{e}_3, \overrightarrow{CD} = 4\boldsymbol{e}_1 + 8\boldsymbol{e}_2 + 4\boldsymbol{e}_3$, 若 A, C, D 三点共线, 则 $\lambda =$ ()
 A. 1 B. 2
 C. 3 D. 4
- (多选题)[2026·江苏南通期末] 给出下列四种说法, 其中正确的是 ()
 A. 若存在实数 x, y , 使 $\boldsymbol{p} = x\boldsymbol{a} + y\boldsymbol{b}$, 则 $\boldsymbol{p}$ 与 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ 共面
 B. 若 $\boldsymbol{p}$ 与 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ 共面, 则存在实数 x, y , 使 $\boldsymbol{p} = x\boldsymbol{a} + y\boldsymbol{b}$
 C. 若存在实数 x, y , 使 $\overrightarrow{MP} = x\overrightarrow{MA} + y\overrightarrow{MB}$, 则点 P, M, A, B 共面
 D. 若点 P, M, A, B 共面, 则存在实数 x, y , 使 $\overrightarrow{MP} = x\overrightarrow{MA} + y\overrightarrow{MB}$
- 已知 A, B, C 三点不共线, 点 O 为平面 ABC 外任意一点, 若点 M 满足 $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{5}\overrightarrow{OA} + \frac{4}{5}\overrightarrow{OB} + \frac{2}{5}\overrightarrow{BC}$, 则点 M _____ (填“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”)平面 ABC .
- (13分) 已知向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$ 是空间中不共面的三个向量, $\overrightarrow{OA} = \boldsymbol{a} - 2\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}, \overrightarrow{OB} = p\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b} + q\boldsymbol{c}, \overrightarrow{OC} = 2\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b} - 2\boldsymbol{c}$.
 (1) 若 $\overrightarrow{AB} = m\overrightarrow{AC}, m \in \mathbf{R}$, 求 p, q 的值;
 (2) 若 O, A, B, C 四点共面, 求 $3p + 5q$ 的值.

10. (13分) 如图, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E 在 A_1D_1 上, 且 $\overrightarrow{A_1E} = 2\overrightarrow{ED_1}$, F 在体对角线 A_1C 上, 且 $\overrightarrow{A_1F} = \frac{2}{3}\overrightarrow{FC}$. 设 $\overrightarrow{AB} = \boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{AD} = \boldsymbol{b}$, $\overrightarrow{AA_1} = \boldsymbol{c}$.

(1) 用 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$ 表示 $\overrightarrow{EB}$;

(2) 求证: E, F, B 三点共线.



素养 提能

11. 若空间中四点 A, B, C, D 满足 $4\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC} = 4\overrightarrow{DB}$, 则 $\frac{|\overrightarrow{AB}|}{|\overrightarrow{BC}|} =$ ()

A. $\frac{1}{3}$ B. 3

C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{3}{4}$

12. [2026 · 广东阳江一中高二月考] 已知非零向量 $\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2$ 不共线, 若 $\overrightarrow{AB} = \boldsymbol{e}_1 + \boldsymbol{e}_2$, $\overrightarrow{AC} = 2\boldsymbol{e}_1 + 8\boldsymbol{e}_2$, $\overrightarrow{AD} = 3\boldsymbol{e}_1 - 3\boldsymbol{e}_2$, 则 A, B, C, D 四点 ()

A. 共线

B. 恰是空间四边形的四个顶点

C. 共面

D. 不共面

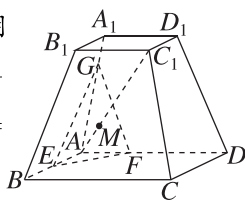
13. A, B, C 是一个平面上不共线的 3 个点, O 是该平面外一定点, 一动点 P 满足 $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \lambda(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$, $\lambda > 0$, 则直线 AP 一定经过 $\triangle ABC$ 的 _____. (填外心、内心、重心、垂心中的一个)

14. [2026 · 福建厦门集美中学高二月考] 在空间四边形 $OABC$ 中, M 为 OA 的中点, N 为 BC 的中点, 若 $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OA} + \frac{x}{3}\overrightarrow{OB} + \frac{x}{3}\overrightarrow{OC}$, 则使 G, M, N 三点共线的 x 的值是 _____.

思维 探究

15. [2026 · 广东广州高二期中] 如图, 在正四棱台 $AB-CD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = 2A_1B_1$, $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{DF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{A_1G} = \frac{1}{4}\overrightarrow{A_1A}$. 直线 AC_1 与平面 EFG 交于点 M , 则 $\frac{AM}{AC_1} =$ ()

A. $\frac{6}{23}$ B. $\frac{3}{16}$ C. $\frac{3}{19}$ D. $\frac{12}{17}$



1.1.2 空间向量的数量积运算

基础夯实

1. [2026·浙江义乌大成中学高二月考] 在空间四边形 $ABCD$ 中, $AB \perp BD$, $BD \perp DC$, 且 $\sqrt{3}AC = 2BD$, 则 $\overrightarrow{BD}$ 在 $\overrightarrow{AC}$ 上的投影向量为 ()

- A. $\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$ B. $\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$
C. $\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$ D. $\overrightarrow{AC}$

2. 若 $|\mathbf{a}|=4$, $\mathbf{a}$ 和 $\mathbf{b}$ 的夹角为 60° , 则 $\mathbf{a}$ 在 $\mathbf{b}$ 上的投影向量的模为 ()

- A. $2\sqrt{3}$ B. $\sqrt{3}$
C. 2 D. 4

3. [2026·广东揭阳华侨中学高二月考] 对于空间任意两个非零向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$, “ $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} < 0$ ”是“ $\langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle$ 为钝角”的 ()

- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

4. [2026·江苏无锡锡东中学高二段考] 在三棱锥 $A-BCD$ 中, 若 $AB \perp BD$, $CD \perp BD$, $BD=1$, 则 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} =$ ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. 1
C. $\sqrt{3}$ D. 0

5. (多选题) 已知正方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 的棱长为 1, 设 $\overrightarrow{AB}=\mathbf{a}$, $\overrightarrow{AD}=\mathbf{b}$, $\overrightarrow{AA'}=\mathbf{c}$, 则下列各式的值为 1 的有 ()

- A. $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} + \mathbf{c})$
B. $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c})$
C. $(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \cdot (\mathbf{b} + \mathbf{c})$
D. $(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c}$

6. 在三棱锥 $P-ABC$ 中, $\angle PAB = \angle ABC = \frac{\pi}{3}$, $\langle \overrightarrow{PA}, \overrightarrow{BC} \rangle = \frac{2\pi}{3}$, $PA=2$, $AB=1$, $BC=3$, 则 $PC =$ ()

- A. $\sqrt{7}$ B. 2
C. $\sqrt{3}$ D. 1

7. [2026·湖北武汉六中高二月考] 已知空间向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 满足 $|\mathbf{a}|=\sqrt{13}$, $|\mathbf{b}|=5$, 且 $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{b}$ 夹角的余弦值为 $-\frac{9\sqrt{13}}{65}$, 则 $\mathbf{a}$ 在 $\mathbf{b}$ 上的投影向量为_____.

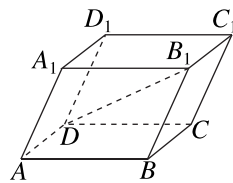
8. [2026·安徽阜阳耀云中学高二月考] 在四面体 $O-ABC$ 中, 棱 OA, OB, OC 两两垂直, 且 $OA=1, OB=2, OC=3$, G 为 $\triangle ABC$ 的重心, 则 $\overrightarrow{OG} \cdot (\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}) =$ _____.

9. (13分) [2025·广州一中高二月考] 如图, 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=2$, $AA_1=3$, $AD=1$, 且 $\angle DAB = \angle BAA_1 = \angle DAA_1 = \frac{\pi}{3}$, 设 $\overrightarrow{AB}=\mathbf{a}$, $\overrightarrow{AD}=\mathbf{b}$, $\overrightarrow{AA_1}=\mathbf{c}$.

(1) 用 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 表示 $\overrightarrow{DB_1}$;

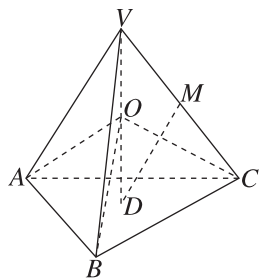
(2) 求 DB_1 的长;

(3) 求向量 $\overrightarrow{DB_1}$ 与 $\overrightarrow{AB}$ 夹角的余弦值.



10. (13分)如图,正四面体 $V-ABC$ 的高 VD 的中点为 O , VC 的中点为 M .

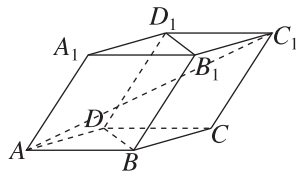
(1)求证: AO, BO, CO 两两垂直;
(2)求 $\langle \overrightarrow{DM}, \overrightarrow{AO} \rangle$ 的大小.



12. [2026·河南洛阳期中] 现有棱长为 4 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$, 点 M 在该正方体表面上运动, 点 O 为该正方体的内切球球心, PQ 为球 O 的一条直径, 则 $\overrightarrow{MP} \cdot \overrightarrow{MQ}$ 的取值范围是 ()

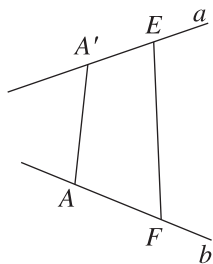
A. $[-4, 8]$ B. $[0, 8]$
C. $[0, 4]$ D. $[4, 12]$

13. (多选题)[2026·福建长乐五中期中] 如图, 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 以顶点 A 为端点的三条棱的长均为 1, 且它们彼此的夹角都是 60° , 则 ()



A. $AC_1 = \sqrt{5}$
B. $AC_1 \perp BD$
C. 四边形 BDD_1B_1 的面积为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$
D. 平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的体积为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

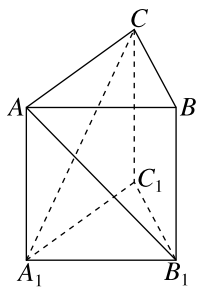
14. [2026·浙江余姚中学高二质检] 如图所示, 两条异面直线 a, b 所成的角为 $\frac{\pi}{3}$, 在直线 a, b 上分别取点 A', E 和点 A, F , 使得 $AA' \perp a$ 且 $AA' \perp b$. 已知 $|\overrightarrow{A'E}| = |\overrightarrow{AF}| = |\overrightarrow{AA'}| = 1$, 则 $|\overrightarrow{EF}| =$ _____.



素养提能

11. 如图所示, 在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AA_1 = AB = 2$, 则异面直线 A_1C 与 AB_1 所成角的余弦值为 ()

A. $\frac{1}{2}$
B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
C. $\frac{1}{4}$
D. $\frac{\sqrt{2}}{4}$



思维探究

15. [2026·湖北武昌实验中学月考] 在平行六面体 $ABCD-A'B'C'D'$ 中, 底面 $ABCD$ 是正方形, $\angle A'AB = \angle A'AD = 60^\circ$, $AB = 2$, $AA' = 4$, M 是棱 $A'B'$ 的中点, $A'C$ 与平面 AMD' 交于点 H , 则线段 $A'H$ 的长度为 ()

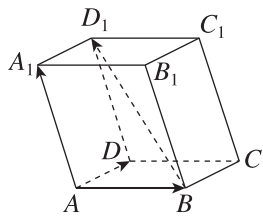
A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ C. $\sqrt{2}$ D. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

1.2 空间向量基本定理

基础夯实

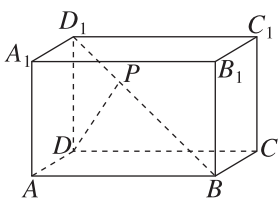
- 下列说法中正确的是 ()
A. 任何三个不共线的向量可构成空间的一个基底
B. 空间的基底有且仅有一个
C. 两两垂直的三个非零向量可构成空间的一个基底
D. 直线的方向向量有且仅有一个

- 如图,在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,已知 $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}$, $\overrightarrow{AD} = \mathbf{b}$, $\overrightarrow{AA_1} = \mathbf{c}$, 则用向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 可表示向量 $\overrightarrow{BD_1}$ 为 ()
A. $\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c}$ B. $\mathbf{a} - \mathbf{b} + \mathbf{c}$
C. $\mathbf{a} + \mathbf{b} - \mathbf{c}$ D. $-\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c}$



- [2026 · 广东阳江期中] 若 $\{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$ 为空间的一个基底, 则下列能构成空间的一个基底的一组向量是 ()
A. $\mathbf{a} + \mathbf{c}, \mathbf{a} - \mathbf{b}, \mathbf{b} + \mathbf{c}$
B. $\mathbf{c}, \mathbf{a} + \mathbf{b}, \mathbf{a} - \mathbf{b}$
C. $\mathbf{a}, \mathbf{a} + \mathbf{b}, -5\mathbf{b}$
D. $\mathbf{a} + \mathbf{b}, \mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c}, \frac{1}{3}\mathbf{c}$

- 如图,在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, P 是线段 D_1B 上一点, 且 $BP = 2D_1P$, 若 $\overrightarrow{DP} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AD} + z\overrightarrow{AA_1}$, 则 $x + y + z =$ ()
A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. 1



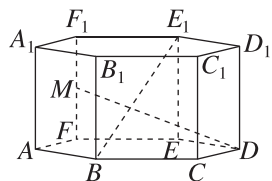
- 已知 $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3\}$ 是空间的一个基底, 向量 $\mathbf{a} = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3$, $\mathbf{b} = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_3$, $\mathbf{c} = \mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3$, $\mathbf{d} = \mathbf{e}_1 + 2\mathbf{e}_2 + 3\mathbf{e}_3$, 若 $\mathbf{d} = x\mathbf{a} + y\mathbf{b} + z\mathbf{c}$, 则 x, y, z 的值分别为 ()
A. $\frac{5}{2}, -1, -\frac{1}{2}$ B. $\frac{5}{2}, 1, \frac{1}{2}$
C. $-\frac{5}{2}, 1, -\frac{1}{2}$ D. $\frac{5}{2}, 1, -\frac{1}{2}$

- 已知三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 各条棱的长都相等, 且 $\angle BAA_1 = \angle CAA_1 = 60^\circ$, 则异面直线 AB_1 与 BC_1 所成角的余弦值为 ()
A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{6}$
C. $\frac{\sqrt{6}}{6}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{6}$

- 已知 $\{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$ 是空间的一个单位正交基底, 向量 $\mathbf{p} = \mathbf{a} - 2\mathbf{b} - 4\mathbf{c}$, $\{\mathbf{a} + \mathbf{b}, \mathbf{a} - \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$ 是空间的另一个基底, 则用基底 $\{\mathbf{a} + \mathbf{b}, \mathbf{a} - \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$ 表示向量 $\mathbf{p} =$ _____.

- 已知 $\{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$ 是空间的一个基底, 则可以从向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{a} + \mathbf{b}, \mathbf{a} - \mathbf{b}, \mathbf{a} + \mathbf{c}, \mathbf{a} - \mathbf{c}, \mathbf{b} + \mathbf{c}, \mathbf{b} - \mathbf{c}$ 中选出三个向量构成空间的一个基底, 请你写出一个不同于 $\{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$ 的基底: _____.

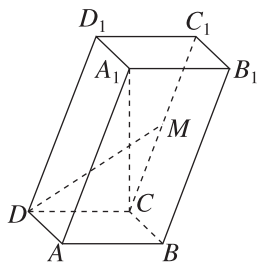
- (13分) [2025 · 浙江杭州二中期中] 如图, 在正六棱柱 $ABCDEF-A_1B_1C_1D_1E_1F_1$ 中, M 为 FF_1 的中点. 设 $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}$, $\overrightarrow{AF} = \mathbf{b}$, $\overrightarrow{AA_1} = \mathbf{c}$.
(1) 用 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 表示向量 $\overrightarrow{DM}, \overrightarrow{BE_1}$;
(2) 若 $|\mathbf{a}| = |\mathbf{c}| = 2$, 求 $\overrightarrow{DM} \cdot \overrightarrow{BE_1}$ 的值.



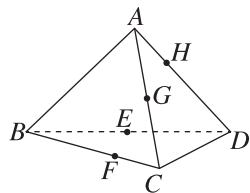
10. (13分)[2026·山东潍坊高二期中] 如图, 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 底面 $ABCD$ 是边长为 1 的正方形, $\angle A_1AB = \angle A_1AD = 60^\circ$, $A_1A = 2$, $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}$, $\overrightarrow{AD} = \mathbf{b}$, $\overrightarrow{AA_1} = \mathbf{c}$, M 为 CC_1 的中点.

(1) 用空间的一个基底 $\{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$ 表示 $\overrightarrow{DM}, \overrightarrow{A_1C}$;

(2) 求 $|\overrightarrow{DM}|$, $|\overrightarrow{A_1C}|$ 以及异面直线 DM 与 A_1C 所成角的余弦值.

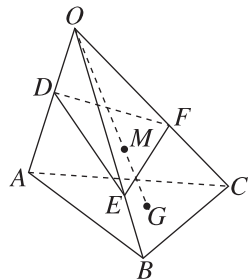


12. [2026·浙江温州育才中学高二月考] 如图, 在正四面体 $ABCD$ 中, E 为 BD 的中点, $\overrightarrow{BF} = 2\overrightarrow{FC}$, $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{GC}$, 当 $\overrightarrow{AH} = \lambda\overrightarrow{HD}$ ($0 < \lambda < 1$) 时, E, F, G, H 四点共面, 则 $\lambda =$ ()



- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{1}{4}$

13. [2026·福建泉州高二期中] 如图, 在三棱锥 $O-ABC$ 中, 点 G 为 $\triangle ABC$ 的重心, 点 M 是线段 OG 上靠近点 G 的三等分点, 过点 M 的平面分别交棱 OA, OB, OC 于点 D, E, F , 若 $\overrightarrow{OD} = k\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OE} = m\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OF} = n\overrightarrow{OC}$, 则 $\frac{1}{k} +$



$\frac{1}{m} + \frac{1}{n} =$ ()

- A. $\frac{2}{9}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{9}{2}$

14. 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = AD = 4$, $AA_1 = 6$, $\angle BAD = \frac{\pi}{2}$, $\angle BAA_1 = \angle DAA_1 = \frac{\pi}{3}$, E 为直线 BC 上一点, 若 $A_1E \perp AC_1$, 则 $BE =$ _____.

思维探究

15. (多选题)[2026·浙江杭州二中高二期中] 已知棱长为 12 的正四面体 $ABCD$ 中, M 为 CD 的中点, P, Q 分别为正四面体 $ABCD$ 的内切球和外接球上的动点, 则 ()
- A. PQ 的最大值为 $4\sqrt{6}$
- B. $PA^2 + PB^2 + PC^2 + PD^2 = 240$
- C. $QA^2 + QB^2 + QC^2 + QD^2 = 480$
- D. 若 $\overrightarrow{PQ} = x\overrightarrow{MA} + y\overrightarrow{MB} + z\overrightarrow{MC}$, 则 $x + y + z$ 的最大值为 $\frac{3}{2}$

素养提能

11. [2026·河南九师联盟质检] 已知 A, B, C 三点不共线, 点 O 在平面 ABC 外, 点 P 满足 $\overrightarrow{AP} = x\overrightarrow{OA} + \frac{1}{4}\overrightarrow{OB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OC}$, 则当点 P, A, B, C 四点共面时, 实数 $x =$ ()
- A. $-\frac{7}{12}$ B. $-\frac{1}{2}$
- C. $-\frac{1}{3}$ D. $\frac{5}{12}$

滚动习题 (一) [范围 1.1~1.2]

(分值:100 分)

一、选择题: 本题共 7 小题, 每小题 5 分, 共 35 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $(\overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AD}) - \overrightarrow{CD}$ 的运算结果为 ()

- A. $\overrightarrow{AC}$ B. $\overrightarrow{BD}$
C. $\overrightarrow{AC_1}$ D. $\overrightarrow{AD_1}$

2. 已知 A, B, C 三点不共线, 对于平面 ABC 外的任意一点 O , 下列条件中能确定点 M, A, B, C 共面的是 ()

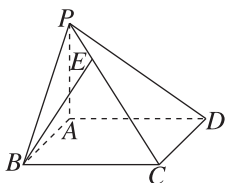
- A. $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$
B. $\overrightarrow{OM} = 2\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC}$
C. $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OC}$
D. $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OC}$

3. 已知空间四边形 $ABCD$ 的每条边和对角线的长都为 1, F, G 分别是 AD, DC 的中点, 则 $\overrightarrow{FG} \cdot \overrightarrow{AB} =$ ()

- A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{1}{4}$
C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

4. [2026·安徽合肥高二期中] 我国古代数学名著《九章算术》中, 将底面为矩形且一侧棱垂直于底面的四棱锥称为阳马. 如图所示, 已知四棱锥 $P-ABCD$ 是阳马, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, 且 $PE = \frac{1}{4}PC$, 若 $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}, \overrightarrow{AD} = \mathbf{b}, \overrightarrow{AP} = \mathbf{c}$, 则 $\overrightarrow{BE} =$ ()

- A. $-\frac{5}{4}\mathbf{a} - \frac{1}{4}\mathbf{b} + \frac{5}{4}\mathbf{c}$
B. $\frac{5}{4}\mathbf{a} + \frac{1}{4}\mathbf{b} - \frac{5}{4}\mathbf{c}$
C. $\frac{3}{4}\mathbf{a} - \frac{1}{4}\mathbf{b} - \frac{3}{4}\mathbf{c}$
D. $-\frac{3}{4}\mathbf{a} + \frac{1}{4}\mathbf{b} + \frac{3}{4}\mathbf{c}$

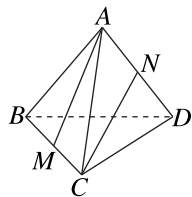


5. [2026·山东济宁嘉祥一中月考] 已知 $\{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$ 是空间的一个基底, 向量 $\overrightarrow{AB} = 2\mathbf{a} - 3\mathbf{c}, \overrightarrow{AC} = \mathbf{a} + \mathbf{b}, \overrightarrow{AD} = \mathbf{b} + \lambda\mathbf{c}$, 且 A, B, C, D 四点共面, 则 $\lambda =$ ()

- A. $-\frac{3}{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

6. 如图, 在棱长为 1 的正四面体 (四个面都是正三角形的四面体) $ABCD$ 中, M, N 分别为 BC, AD 的中点, 若 $\overrightarrow{MA}$ 在 $\overrightarrow{CN}$ 上的投影向量为 $\mu\overrightarrow{CN}$, 则 μ 的值为 ()

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{1}{4}$



7. 已知三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的体积为 36, 空间一点 P 满足 $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} = \lambda\overrightarrow{AC}$ ($\lambda \neq 0$), 则三棱锥 $C-A_1AP$ 的体积为 ()

- A. 2 B. 3 C. 6 D. 9

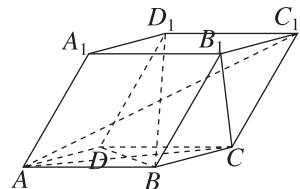
二、选择题: 本题共 2 小题, 每小题 6 分, 共 12 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 6 分, 部分选对的得部分分, 有选错的得 0 分.

8. 若 $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}$ 是三个不共面的单位向量, 且两两夹角均为 θ , 则 ()

- A. θ 的取值范围是 $(0, \pi)$
B. $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}$ 能构成空间的一个基底
C. “ $\overrightarrow{OP} = 2\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$ ”是“ P, A, B, C 四点共面”的充分不必要条件
D. $(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}) \cdot \overrightarrow{BC} = 0$

9. [2026·福建厦门高二期中] 如图, 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, AB, AD, AA_1 的棱长均为 6, 且它们彼此的夹角都是 60° , 则下列说法中正确的是 ()

- A. $AC_1 = 6\sqrt{6}$ B. $AC_1 \perp DB$
C. 向量 $\overrightarrow{B_1C}$ 与 $\overrightarrow{AA_1}$ 的夹角是 60°
D. BD_1 与 AC 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$

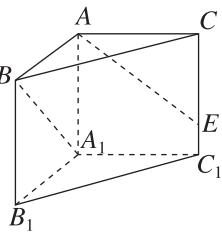


三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

10. 已知空间向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$ 两两夹角为 60° ，且 $|\boldsymbol{a}| = |\boldsymbol{b}| = |\boldsymbol{c}| = 1$ ，则 $|\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b} - \boldsymbol{c}| =$ _____.

11. [2026 · 河北衡水高二期中] 已知 $\{\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}\}$ 为空间的一个基底，若 $\boldsymbol{p} = x\boldsymbol{a} + y\boldsymbol{b} + z\boldsymbol{c}$ ，则称 (x, y, z) 为 $\boldsymbol{p}$ 在基底 $\{\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}\}$ 下的坐标. 若一向量 $\boldsymbol{p}$ 在基底 $\{\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}\}$ 下的坐标为 $(1, 2, 2)$ ，则向量 $\boldsymbol{p}$ 在基底 $\{\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}, \boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}, 2\boldsymbol{c}\}$ 下的坐标为 _____.

12. 如图，在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AA_1 = A_1B_1 = A_1C_1 = 4$ ，点 E 是棱 CC_1 上一点，且异面直线 A_1B 与 AE 所



成角的余弦值为 $\frac{3\sqrt{2}}{10}$ ，则 C_1E 的长为 _____.

四、解答题：本题共 3 小题，共 38 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

13. (10 分) 已知 $\{\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3\}$ 是空间的一个基底，且 $\overrightarrow{OP} = 2\boldsymbol{e}_1 - \boldsymbol{e}_2 + 3\boldsymbol{e}_3$ ， $\overrightarrow{OA} = \boldsymbol{e}_1 + 2\boldsymbol{e}_2 - \boldsymbol{e}_3$ ， $\overrightarrow{OB} = -3\boldsymbol{e}_1 + \boldsymbol{e}_2 + 2\boldsymbol{e}_3$ ， $\overrightarrow{OC} = \boldsymbol{e}_1 + \boldsymbol{e}_2 - \boldsymbol{e}_3$.

(1) $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}$ 能否构成空间的一个基底？若能，试用这一个基底表示 $\overrightarrow{OP}$ ；若不能，请说明理由.

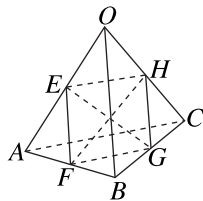
(2) 判断 P, A, B, C 四点是否共面.

14. (13 分) [2025 · 浙江杭州四中高二期中] 如图，在正四面体 $OABC$ 中， E, F, G, H 分别是 OA, AB, BC, OC 的中点. 设 $\overrightarrow{OA} = \boldsymbol{a}$ ， $\overrightarrow{OB} = \boldsymbol{b}$ ， $\overrightarrow{OC} = \boldsymbol{c}$.

(1) 用 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$ 表示 $\overrightarrow{EF}, \overrightarrow{FG}$ ；

(2) 求证： FH 与 GE 相交；

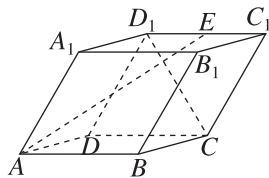
(3) 求证：四边形 $EFGH$ 为矩形.



15. (15 分) [2026 · 山东青岛高二期中] 如图，四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面 $ABCD$ 是矩形， $AB = AA_1 = 4$ ， $AD = 2$ ， $\angle BAA_1 = \angle DAA_1 = 60^\circ$ ， E 为棱 C_1D_1 的中点.

(1) 求 AE 的长；

(2) 求直线 AE 与直线 CD_1 所成角的余弦值.



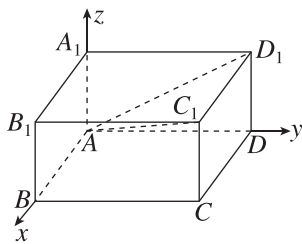
1.3 空间向量及其运算的坐标表示

1.3.1 空间直角坐标系

基础夯实

- 点 $P(3,0,-1)$ 在空间直角坐标系中位于()
A. y 轴上 B. Oxy 平面上
C. Ozx 平面上 D. Oyz 平面上
- 在空间直角坐标系中,点 $A(1,-2,3)$ 与点 $B(-1,-2,-3)$ 关于()
A. x 轴对称 B. y 轴对称
C. z 轴对称 D. 原点对称
- [2026·陕西榆林高二质检] 在空间直角坐标系中,点 B 是点 $A(2,3,1)$ 在 Oxy 平面内的射影,则 $|\overrightarrow{OB}| =$ ()
A. $\sqrt{5}$ B. $\sqrt{10}$
C. $\sqrt{13}$ D. 4
- 在空间直角坐标系中,若 $A(1,-1,3), \overrightarrow{AB} = (5,0,2)$,则点 B 的坐标为()
A. $(-4,-1,1)$ B. $(6,-1,5)$
C. $(4,1,-1)$ D. $(6,-1,-1)$
- 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=4$, $BC=1, AA_1=3$, 已知向量 $\boldsymbol{a}$ 在基底 $\{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA_1}\}$ 下的坐标为 $(2,1,-3)$. 若分别以 $\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DD_1}$ 的方向为 x 轴、 y 轴、 z 轴的正方向建立空间直角坐标系,则 $\boldsymbol{a}$ 的坐标为()
A. $(2,1,-3)$ B. $(-1,2,-3)$
C. $(1,-8,9)$ D. $(-1,8,-9)$
- 已知 $\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}$ 是空间直角坐标系 $Oxyz$ 中 x 轴、 y 轴、 z 轴正方向上的单位向量,且 $\overrightarrow{OA} = 3\boldsymbol{i}$, $\overrightarrow{AB} = \boldsymbol{i} + \boldsymbol{j} + \boldsymbol{k}$, 则点 B 的坐标为()
A. $(1,-1,1)$ B. $(4,1,1)$
C. $(1,4,2)$ D. $(4,1,2)$
- 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中,点 $A(7,7,6)$ 关于 Oxy 平面对称的点的坐标为_____.

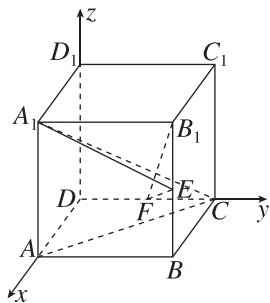
8. 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,已知 $AB=AD=2, BB_1=1$, 建立如图所示的空间直角坐标系,则 $\overrightarrow{AD_1}$ 的坐标为_____, $\overrightarrow{AC_1}$ 的坐标为_____.



9. (13分)[2026·山东青岛九中高二质检] 已知 $\{\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}\}$ 是空间的一个单位正交基底, $\{\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}, \boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}\}$ 是空间的另一个基底. 若向量 $\boldsymbol{p}$ 在基底 $\{\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}\}$ 下的坐标为 $(4,2,3)$, 求向量 $\boldsymbol{p}$ 在基底 $\{\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}, \boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}\}$ 下的坐标.

10. (13分)[2026·广东湛江高二期中] 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2, E, F 分别为棱 BB_1, DC 的中点, 建立空间直角坐标系, 如图所示.

- (1) 写出正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 各顶点的坐标(不需写出计算过程);
 (2) 写出向量 $\overrightarrow{EF}, \overrightarrow{B_1F}, \overrightarrow{A_1E}$ 的坐标(不需写出计算过程);
 (3) 求向量 $\overrightarrow{A_1C}$ 在向量 $\overrightarrow{AC}$ 上的投影向量的坐标.



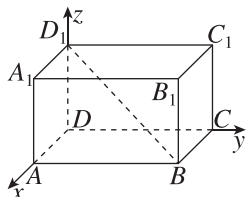
素养提能

11. 设 $y \in \mathbf{R}$, 则点 $P(1, y, 2)$ 的集合为 ()

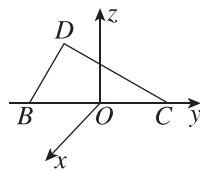
- A. 垂直于 Ozx 平面的一条直线
 B. 平行于 Ozx 平面的一条直线
 C. 垂直于 y 轴的一个平面
 D. 平行于 y 轴的一个平面

12. (多选题) 如图, 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=5, AD=4, AA_1=3$, 以 D 为原点, DA, DC, DD_1 所在直线分别为 x 轴、 y 轴、 z 轴, 建立空间直角坐标系 $Dxyz$, 则下列结论中正确的是 ()

- A. 点 B_1 的坐标为 $(3, 5, 4)$
 B. 点 C_1 关于点 B 对称的点为 $(8, 5, -3)$
 C. 点 A 关于直线 BD_1 对称的点为 $(0, 5, 3)$
 D. 点 C 关于平面 ABB_1A_1 对称的点为 $(8, 5, 0)$



13. 如图, 在空间直角坐标系中, 点 B 在 y 轴的负半轴上, 点 C 在 y 轴的正半轴上, $BC=2$, 原点 O 是 BC 的中点, 点 D 在 Oyz 平面内, 且 $\angle BDC=90^\circ, \angle DCB=30^\circ$, 则点 D 的坐标为 _____.

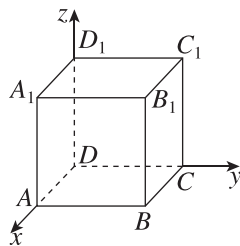


14. [2026·福建厦门大学附属科技中学高二月考] 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中, 一点 P 在 Oxy 平面上的射影为 $M(2, 4, 0)$, 在 Oxz 平面上的射影为 $N(2, 0, 7)$, 则点 P 关于 x 轴对称的点的坐标为 _____.

思维探究

15. (15分) 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1, 以 D 为原点, $\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DD_1}$ 的方向分别为 x, y, z 轴的正方向, 建立如图所示的空间直角坐标系 $Dxyz$, 有一个动点 P 在正方体的各个面上运动.

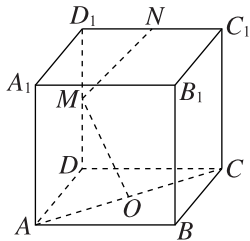
- (1) 当点 P 分别在平行于坐标轴的各条棱上运动时, 探究动点 P 的坐标特征;
 (2) 当点 P 分别在各个面对角线上运动时, 探究动点 P 的坐标特征.



1.3.2 空间向量运算的坐标表示

基础夯实

- 在空间直角坐标系中, 向量 $\mathbf{a} = (2, -3, 5)$, $\mathbf{b} = (-2, 4, 5)$, 则向量 $\mathbf{a} + \mathbf{b} =$ ()
A. $(0, 1, 10)$ B. $(-4, 7, 0)$
C. $(4, -7, 0)$ D. $(-4, -12, 25)$
- [2026·浙江台金七校联盟高二期中] 已知空间向量 $\mathbf{a} = (x, 1, 2)$, $\mathbf{b} = (4, 2, 4)$, 若 $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$, 则 $x =$ ()
A. 1 B. $-\frac{5}{2}$
C. $-\frac{3}{2}$ D. 3
- 已知 $\overrightarrow{AB} = (2, -3, 2)$, $C(2, \frac{1}{2}, -1)$, $D(x, y, 0)$, 且 $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$, 则 x, y 的值分别为 ()
A. 3, 1 B. $4, -\frac{5}{2}$
C. 3, -1 D. 1, 1
- 已知 $\mathbf{a} = (2, -1, 3)$, $\mathbf{b} = (-1, 4, -2)$, $\mathbf{c} = (4, 5, \lambda)$, 若 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 三个向量不能构成空间的一个基底, 则实数 λ 的值为 ()
A. 0 B. 9
C. 5 D. 3
- (多选题) 已知向量 $\mathbf{a} = (1, -2, 2)$, $\mathbf{b} = (2, -3, 2)$, 则下列结论正确的是 ()
A. $\mathbf{a} + \mathbf{b} = (3, -5, 4)$ B. $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 12$
C. $|\mathbf{a} - 2\mathbf{b}| = 6$ D. $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 不平行
- 如图, 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, O 是底面 $ABCD$ 的中心, M, N 分别是棱 DD_1, D_1C_1 的中点, 则直线 OM ()
A. 与 AC, MN 都垂直
B. 垂直于 AC , 但不垂直于 MN
C. 垂直于 MN , 但不垂直于 AC
D. 与 AC, MN 都不垂直



- 已知 $A(1, 1, 0), B(0, 3, 0), C(2, 2, 2)$, 则向量 $\overrightarrow{AB}$ 在 $\overrightarrow{AC}$ 上的投影向量的坐标是_____.
- 已知点 $A(1, 2, 1), B(3, 3, 2), C(\lambda + 1, 4, 3)$, 若 $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ 的夹角为锐角, 则 λ 的取值范围为_____.
- (13分) 已知空间三点 $A(0, -2, 3), B(-2, -1, 6), C(1, 1, 5)$.
(1) 若向量 $\mathbf{m}$ 与 $\overrightarrow{AB}$ 平行, 且 $|\mathbf{m}| = \sqrt{14}$, 求 $\mathbf{m}$ 的坐标;
(2) 求以 CB, CA 为邻边的平行四边形的面积.

素养 提能

10. 一束光线自点 $P(1,1,1)$ 出发,被 Oxy 平面反射到点 $Q(3,3,6)$ 后被吸收,那么光线所走过的路程是 ()

A. $\sqrt{37}$ B. $\sqrt{33}$
C. $\sqrt{47}$ D. $\sqrt{57}$

11. [2026·福建福州一中高二阶段考] 已知 $\overrightarrow{AB}=(1,2,1)$, $\overrightarrow{AC}=(2,0,1)$, 点 D 在平面 ABC 内, 则 $\overrightarrow{AD}$ 的坐标可以是 ()

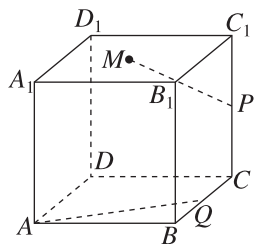
A. $(1,4,1)$ B. $(3,2,2)$
C. $(3,0,3)$ D. $(4,2,6)$

12. [2026·浙江舟山五校联盟高二调研] 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中, 已知 $\overrightarrow{OA}=(3,2,1)$, $\overrightarrow{OB}=(1,2,2)$, $\overrightarrow{OP}=(2,1,1)$, 点 Q 在直线 OP 上运动, 则当 $\overrightarrow{QA} \cdot \overrightarrow{QB}$ 取得最小值时, 点 Q 的坐标为 ()

A. $(\frac{5}{4}, \frac{5}{8}, \frac{5}{8})$
B. $(-\frac{5}{4}, -\frac{5}{8}, -\frac{5}{8})$
C. $(\frac{5}{4}, \frac{5}{2}, \frac{5}{2})$
D. $(\frac{5}{2}, \frac{5}{4}, \frac{5}{4})$

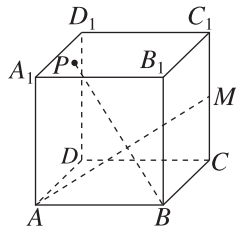
13. [2026·广东东莞中学高二段考] 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1, 点 E 和 F 分别在线段 DB 和 D_1C 上, 则线段 EF 的长度的最小值为 _____.

14. [2026·浙江嘉兴静安中学高二月考] 如图, 在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, P, Q 分别是 CC_1, BC 的中点, 动点 M 满足 $\overrightarrow{D_1M} = \frac{1}{2}\overrightarrow{D_1A_1} + m\overrightarrow{D_1C_1}$, 若 $AQ \perp PM$, 则 $m =$ _____.



思维 探究

15. (15 分) 如图, 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 6, 点 M 为 CC_1 的中点, 点 P 为底面 $A_1B_1C_1D_1$ 上的动点, 且满足 $BP \perp AM$, 求点 P 的轨迹长度.



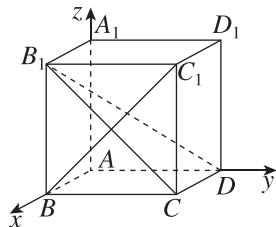
1.4 空间向量的应用

1.4.1 用空间向量研究直线、平面的位置关系

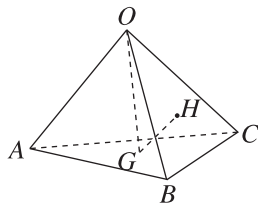
第1课时 空间中点、直线和平面的向量表示

基础夯实

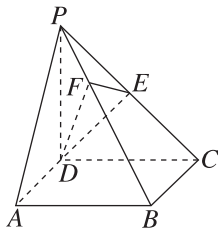
- 下列说法错误的是 ()
 - 若直线 l 垂直于平面 α , 则直线 l 的任意一个方向向量都是平面 α 的一个法向量
 - 若 $\boldsymbol{n}$ 是平面 α 的一个法向量, 则 $\boldsymbol{n}$ 与平面 α 内任意一条直线的方向向量均垂直
 - 零向量是任意一个平面的一个法向量
 - 一个平面的法向量是不唯一的
- 若 $A(0,1,2), B(2,5,8)$ 在直线 l 上, 则直线 l 的一个方向向量为 ()
 - $(3,2,1)$
 - $(1,3,2)$
 - $(2,1,3)$
 - $(1,2,3)$
- 若 $\boldsymbol{\mu}=(2,-3,1)$ 是平面 α 的一个法向量, 则下列向量中能作为平面 α 的法向量的是 ()
 - $(0,-3,1)$
 - $(2,0,1)$
 - $(-2,-3,1)$
 - $(-2,3,-1)$
- 已知平面 α 内有两个不共线的向量 $\boldsymbol{a}=(2,0,1), \boldsymbol{b}=(2,1,0)$, 设平面 α 的法向量为 $\boldsymbol{n}$, 则 $\boldsymbol{n}$ 的坐标可以为 ()
 - $(1,2,2)$
 - $(-1,2,2)$
 - $(1,2,-2)$
 - $(-1,-2,2)$
- (多选题) 在如图所示的空间直角坐标系中, 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长是 1, 下列结论正确的是 ()
 - 直线 DD_1 的一个方向向量为 $(0,0,1)$
 - 直线 BC_1 的一个方向向量为 $(0,1,1)$
 - 平面 ABB_1A_1 的一个法向量为 $(0,1,0)$
 - 平面 B_1CD 的一个法向量为 $(1,1,1)$



- [2026 · 广东惠州一中高二期中] 已知点 $A(-1,0,1), B(a,a+1,a-1)$, 若点 A, B 所在平面的一个法向量为 $\boldsymbol{n}=(1,-1,2)$, 则 $|\overrightarrow{AB}| =$ ()
 - $\sqrt{6}$
 - $3\sqrt{2}$
 - 3
 - $\sqrt{33}$
- 已知向量 $\boldsymbol{a}=(4,-2,6), \boldsymbol{b}=(-4,2x^2,6x)$ 都是直线 l 的方向向量, 则 $x =$ _____.
- 如图, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 以 D 为原点建立空间直角坐标系, E 为 BB_1 的中点, F 为 A_1D_1 的中点, 写出平面 AEF 的一个法向量: _____.
- (13分) 如图所示, 在四面体 $OABC$ 中, G, H 分别是 $\triangle ABC, \triangle OBC$ 的重心, 设 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}, \overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}, \overrightarrow{OC}=\boldsymbol{c}$, 以 $\{\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}\}$ 为空间的一个基底, 求直线 OG 和 GH 的一个方向向量.



10. (13分)如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PD \perp$ 底面 $ABCD$, $PD=AD$, 底面 $ABCD$ 为正方形, E 为 PC 的中点, 点 F 在棱 PB 上, 问当点 F 在何位置时, $\overrightarrow{PB}$ 为平面 DEF 的一个法向量?

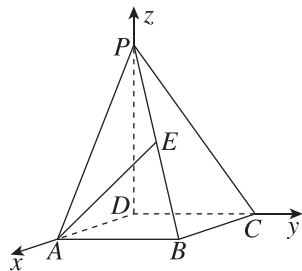


13. 已知点 $P(1,2,3)$ 沿着向量 $\mathbf{v}=(-1,2,2)$ 的方向移动到点 Q , 且 $|\overrightarrow{PQ}|=6$, 则点 Q 的坐标为_____.

14. 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中, 已知平面 α 的一个法向量为 $\mathbf{n}=(1,-1,2)$, 且平面 α 过点 $A(0,3,1)$. 若 $P(x,y,z)$ 是平面 α 内的任意一点, 则点 P 的坐标满足的方程是_____.

思维探究

15. (15分)如图, 在空间直角坐标系中, $PD \perp$ 底面 $ABCD$, 且四边形 $ABCD$ 为正方形, $AB=2$, PB 与 Dxy 平面所成的角为 $\frac{\pi}{4}$, E 为 PB 的中点, 求平面 ABE 的单位法向量 $\mathbf{n}_0$. (结果用坐标表示)



素养提能

11. 已知直线 l 过点 $P(1,0,-1)$ 且平行于向量 $\mathbf{a}=(2,1,1)$, 直线 l 与点 $M(1,2,3)$ 在平面 α 内, 则平面 α 的法向量不可能是 ()

A. $(1,-4,2)$ B. $(\frac{1}{4}, -1, \frac{1}{2})$

C. $(-\frac{1}{4}, 1, -\frac{1}{2})$ D. $(0, -1, 1)$

12. [2026·成都郫都区高二期中] 阅读下面材料: 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中, 过点 $P(x_0, y_0, z_0)$ 且一个法向量为 $\mathbf{m}=(a,b,c)$ 的平面 α 的方程为 $a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0$. 根据上述材料, 解决下面问题: 直线 l 是两个平面 $x-2y+2=0$ 与 $2x-z+1=0$ 的交线, 则 l 的一个方向向量是 ()

A. $(2,1,4)$ B. $(1,3,5)$

C. $(1,-2,0)$ D. $(2,0,-1)$